UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2010, Número 22, páginas 65-76
ISSN: 1815-0640

Cambiar las actitudes hacia las matemáticas resolviendo problemas. Una experiencia en Formación del Profesorado de Educación Primaria.

María José Castelló Esnal; Roser Codina Pascual; Pere López Cuesta

Resumen

Reflexiones a partir de una experiencia realizada en la Facultad de Formación del Profesorado de Primaria de la Universidad de Barcelona, donde un trabajo inicial en Resolución de Problemas sirve para promover un cambio positivo en las actitudes respecto de las Matemáticas en los alumnos y alumnas.
Temas principales:1. Clarificar la diferencia entre ejercicio y problema. 2. Dar a conocer la existencia de estrategias heurísticas adecuadas a Primaria. 3. Promover la discusión sobre las actitudes que aparecen en la Resolución de Problemas. 4. Proponer criterios de evaluación en Resolución de Problemas.

Abstract

Reflections from an experience realized in the Faculty of Formation of the Professorship of Primary of the University of Barcelona, where an initial work in Resolution of Problems serves to promote a positive change in the attitudes respect of the Mathematics in the pupils and pupils.
Principal topics: 1. To clarify the difference between exercise and problem. 2. To announce the existence of heuristic strategies adapted to Primary. 3. To promote the discussion on the attitudes that appear in the Resolution of Problems. 4. To propose criteria of evaluation in Resolution of Problems

Resumo

Reflexões a partir de uma experiência realizada na Faculdade de Formação do Professorado de Nível Primário da Universidade de Barcelona, onde um trabalho inicial em Resolução de Problemas serve para promover uma mudança positiva nas atitudes em relação às Matemáticas nos alunos e alunas.
Temas principais: 1. Clarificar a diferença entre exercício e problema. 2. Dar a conhecer a existência de estratégias heurísticas adequadas ao nível Primário. 3. Promover a discussão sobre as atitudes que aparecem na Resolução de Problemas. 4. Propor critérios de avaliação em Resolução de Problemas.

Introducción

La actitud positiva del profesorado respecto de las matemáticas es un elemento imprescindible para un buen aprendizaje. En el trabajo cotidiano en el aula, el enseñante transmite a sus alumnos y alumnas su propia relación emotiva con las matemáticas (placer, interés, curiosidad, inseguridad, rechazo...), y también sus creencias y opiniones sobre las mismas. Un profesor o profesora que disfruta con las matemáticas generalmente hace que sus alumnos disfruten con ellas, pero si no es así puede transmitir desánimo, aburrimiento. De ahí la importancia de incidir en la **actitud** del profesorado respecto de esa materia y un momento clave sería el de su propia formación en las Facultades. Lo que vivan como alumnos y alumnas será un factor decisivo para su desarrollo profesional.

Las reflexiones que queremos compartir en este artículo, surgen principalmente de nuestra práctica docente, tanto en la Facultad de Formación del Profesorado como en diferentes cursos de Formación Permanente[1].

Pensamos que la Resolución de Problemas (en adelante RP) puede ser un instrumento privilegiado para promover cambios positivos en la actitud respecto de las matemáticas.

1. Las actitudes en matemáticas

Situemos primero lo que entendemos por actitudes. Para nosotros son manifestaciones de la conducta que tienen su origen en creencias, emociones, hábitos y experiencias anteriores.

1.1 Creencias

Pensamos que las creencias son premisas u opiniones que nos son útiles para comprender y situarnos. Pero no son absolutas: frecuentemente deben revisarse para su adaptación a nuevos datos o nuevas situaciones.

Las creencias sobre las matemáticas influyen en la manera de plantear su enseñanza y en la forma de trabajarlas. Así dos personas con prácticamente los mismos conocimientos se comportan, a veces, de manera distinta en el trabajo matemático, dependiendo de sus creencias respecto de la naturaleza de las mismas.

Algunas creencias sobre las matemáticas las muestran como “objetivas” y “neutras”, como una construcción perfecta y sin fisuras, como una ciencia exacta. También como indicador para clasificar al alumnado en más o menos inteligente. Pero hay quien cree, basándose en la historia de las matemáticas, que son una construcción humana relacionada con las necesidades sociales del momento.

Las matemáticas se consideran a veces la disciplina privilegiada que “enseña a razonar”. Frecuentemente se pretende que la lógica y los métodos deductivos son la única vía posible para desarrollar una argumentación. Pero hay quien piensa que una concepción estrictamente deductiva es ahistórica y corre el riesgo de dejar de lado los aspectos heurísticos, intuitivos y creativos que han sido los motores del desarrollo matemático.

A menudo hemos oído que las matemáticas son “intrínsecamente difíciles”, “no pueden explicarse de otra manera” y es el alumnado el que debe esforzarse para entenderlas. Por contra hay quien cree que no tendría por qué ser así y que el simbolismo matemático es el que a veces contribuye a crear una imagen críptica de esta materia. La formulación sintética de los textos matemáticos o ciertas maneras

---

[1] Facultad de Formación del Profesorado de Educación Primaria, de la Universidad de Barcelona (España). El alumnado proviene del bachillerato, pero el hecho de no ser las matemáticas obligatorias hace que haya personas que desde los 16 años, en que han terminado la Educación Secundaria Obligatoria, no hayan estudiado esta materia. En el Estado Español la educación que ha recibido nuestro alumnado se organiza de la siguiente forma:
- Educación Primaria, que consta de seis cursos (desde seis hasta doce años).
- Educación Secundaria Obligatoria (ESO), consta de cuatro cursos (hasta 16 años).
- Bachillerato, que no es obligatorio y consta de dos cursos.
- Para acceder a la Universidad, tras aprobar el Bachillerato, se realiza una prueba de acceso (Selectividad).

de construir un razonamiento muchas veces producen rechazo en el alumnado, no habituado a este tipo de lenguaje.

1.2 Emociones

Las emociones juegan un papel crucial en el aprendizaje: disfrute, interés, curiosidad, pasión por descubrir... generalmente relacionados con las ganas de probar, de investigar, con la necesidad de saber, de conocer, con no tener miedo a equivocarse... o por el contrario los sentimientos negativos como miedo, rechazo, inseguridad, aburrimiento, incapacidad... que pueden ser debidos a una baja autoestima, a algún trauma en la etapa escolar anterior, a un desinterés por no haber disfrutado antes en una actividad matemática, al temor a ser juzgado...

1.3 Hábitos

Los hábitos y rutinas del comportamiento son también fundamentales para el aprendizaje. Nos referimos a los hábitos de trabajo, como por ejemplo, insistir tenazmente, o bien abandonar el intento de resolver un problema si no se encuentra rápidamente la solución.

También los hábitos de pensamiento, como por ejemplo, frente a un desafío intelectual intentar descifrar el significado y preguntarse el por qué, o desconfiar habitualmente de la propia capacidad para hallar un método, diferente de los aprendidos y por tanto no intentarlo.

1.4 Experiencias escolares anteriores

Las experiencias escolares marcan profundamente la relación emocional con las matemáticas. Las expectativas que tienen las alumnas y los alumnos de sí mismos en cuanto a su éxito en esta disciplina vienen condicionadas por esas experiencias, y como futuros enseñantes influirán en su actitud.

Estos cuatro aspectos comentados a menudo actúan conjuntamente. Así una creencia puede determinar un hábito, y una experiencia pasada feliz o traumática desembocará en diferentes creencias y en emociones positivas o negativas.

1.5 Las actitudes y la Resolución de Problemas

El razonamiento que se utiliza para descubrir la solución de un problema de matemática elemental (razonamiento heurístico)[2], es similar al que se utiliza en la vida cotidiana, donde frecuentemente se presentan diversas situaciones a las que hay que buscar solución y se actúa motivado por la necesidad de encontrarla. En concreto las estrategias heurísticas adecuadas a Primaria son formas de razonamiento de "sentido común", que frecuentemente son utilizadas en contextos no estrictamente matemáticos. Justamente el que no exista una frontera entre la actividad en el aula y la actividad fuera de ella es esencial para un aprendizaje consolidado.

Así mismo el resolver un problema siguiendo un razonamiento propio, sin necesidad de recurrir a "recetas", aumenta la seguridad y la autoestima. El

[2] "El razonamiento heurístico es un razonamiento que se considera no como definitivo y riguroso, sino simplemente como provisional y plausible y cuyo objeto es descubrir la solución del problema propuesto. El razonamiento heurístico es de empleo frecuente. No se llega a una certeza plena sino después de haber obtenido la solución completa, pero hasta ahí nos contentaremos con frecuencia con una hipótesis más o menos plausible." (*Cómo plantear y resolver problemas*. G. Polya).

reconocimiento de la importancia de la RP en el aprendizaje de las matemáticas no es nuevo: El NCTM recomendaba, ya en la década de los 80, que la RP fuera el objetivo principal de la enseñanza de las matemáticas[3].

Actualmente a pesar de las directrices contenidas en el Curriculum[4], hemos observado la escasa relevancia concedida a la RP en los textos y la práctica de Enseñanza Primaria aunque enmascarada tras ejercicios y actividades que no son realmente problemas.

También pensamos que aun siendo la RP un tema recurrente en congresos y jornadas, no acaba de concretarse en un trabajo en el día a día de clase.

2. Nuestra experiencia

Creemos que la RP tiene interés en sí misma, con contenidos específicos de razonamiento que subyacen a todos los demás contenidos de la materia. Por lo tanto tiene entidad propia y pensamos que debería situarse al principio de cada curso y no sólo al final de cada tema para trabajar los contenidos curriculares.

Por ello ya desde hace algunos años al planificar nuestros cursos nos propusimos potenciar una actitud positiva de los alumnos respecto de las matemáticas y proporcionar a los futuros maestros herramientas que les permitieran integrar en la Enseñanza Primaria la Resolución de Problemas. Para conseguirlo tuvimos en cuenta los siguientes aspectos:

- ***Clarificar la diferencia entre ejercicio y problema.***
- ***Dar a conocer la existencia de estrategias heurísticas adecuadas a la Educación Primaria.***
- ***Promover la discusión sobre las actitudes que aparecen en la RP.***
- ***Proponer criterios de evaluación en RP.***

2.1 Clarificar la diferencia entre ejercicio y problema.

La dificultad de un **ejercicio** estriba únicamente en aplicar correctamente los contenidos que se han trabajado con anterioridad en clase. Es decir, en la resolución de un ejercicio no hay planteamiento propiamente dicho, basta darse cuenta de qué conceptos, fórmulas, algoritmos, etc., hay que aplicar. En un verdadero **problema**, a la dificultad propia de los **ejercicios** antes citada, se añade otra completamente distinta: la dificultad de que en un **problema** para poder hallar la solución primero hay que plantearlo, es decir hay que ver como a partir de los datos que tenemos establecemos un razonamiento que nos lleve a la solución, lo cual en el caso de un **problema** no es evidente. Dicho de otra forma, en un **problema** pueden conocerse perfectamente los contenidos matemáticos relevantes para su resolución y no obstante, ésta no estar clara en absoluto.

Por lo tanto la diferencia entre **ejercicio** y **problema** no es simplemente cuestión del grado de dificultad, ya que en un **problema** hay una dificultad adicional cualitativamente diferente de la propia de un ejercicio. Por ejemplo, si en una clase de Primaria se han explicado los conceptos de múltiplo, divisor, mcm y mcd, el enunciado “**Hallar un número natural sabiendo que es el menor que tiene la**

[3] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1980): *An Agenda for Action.* Washington,DC.
[4] Currículum educación primària- Generalitat de Catalunya. Decret 142/2007 DOGC núm. 4915.

propiedad de ser múltiplo de 5, 10 y 14", corresponde a un ejercicio, y el profesor podrá comprobar si los alumnos han comprendido el concepto de mcm de dos o más números. En cambio el enunciado: **"En una mercería se quieren guardar cajitas de 14 x 10 x 5 cm^3 en cajas cúbicas. ¿Cual es el tamaño mínimo que han de tener estas cajas?**" corresponde a un problema, ya que tras la lectura del enunciado no es en absoluto evidente la presencia en él del concepto de mcm, y tampoco la forma de resolverlo.

2.2 Dar a conocer la existencia de estrategias heurísticas adecuadas a la Educación Primaria.

Las estrategias heurísticas son modelos de razonamiento que frecuentemente ayudan a descubrir cómo solucionar de un problema. Hay muchas, pero aquí sólo citaremos las que, en nuestra opinión, son de más utilidad en la RP de matemática elemental, ilustrándolas con ejemplos.

2.2.1 Prueba y error

Es la más sencilla de todas, aunque a menudo es ignorada en los textos de RP. Se trata de probar una posible solución para ver si verifica las condiciones del enunciado (prueba). Si se comprueba que no las verifica (error) se descarta, y hacemos una nueva prueba. Por ejemplo, tenemos el problema:

"He comprado pasteles de fruta y de chocolate, 50 en total. ¿Cuantos hay de cada clase, si los de fruta valen 2 € cada uno, los de chocolate 3 € y en total me he gastado 133 €?"

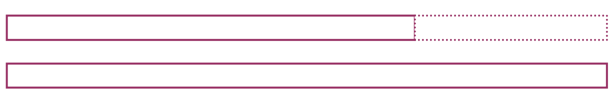
Probemos una posible solución: "Si hubiera comprado 25 de cada clase me habría gastado 50 + 75 = 125 €. Por lo tanto, tenemos que aumentar el número de pasteles de chocolate. Si probamos 20 de fruta y 30 de chocolate me hubiera gastado en total 40 + 90 = 130 €. Probamos ahora con 17 y 33 respectivamente y tendríamos en total 34 + 99 = 133 €, por lo tanto esta es la solución".

Este método, tan empleado en la vida cotidiana, creemos que sería deseable que se utilizara tanto en Primaria como en Secundaria en aquellos problemas, como el del ejemplo, en que la solución sabemos que es un número natural, no demasiado grande. El método algebraico es realmente imprescindible cuando la solución puede ser un número negativo, fraccionario o irracional.

2.2.2 Razonar sobre un modelo concreto

Es una de las más usadas en Primaria. Frecuentemente en la resolución de un problema necesitamos un modelo concreto que nos facilite el razonamiento. A menudo un simple dibujo es suficiente, pero a veces es preciso utilizar otro tipo de modelos, construidos con papel, cuerdas, madera, plástico etc. También entraría en este apartado el realizar una dramatización del problema, para ayudar a comprenderlo y resolverlo. Por ejemplo: **"María y Joan tienen 16m. de tela para hacerse el disfraz de Carnaval. María necesita 4m. más que Joan. ¿Me podrías decir cuántos metros utilizará cada uno?"**

Construimos un modelo concreto:



Representamos por dos tiras de papel desiguales la tela que usará cada uno. Si Joan tuviera 4m. más, usarían la misma cantidad de tela y entre los dos tendrían 20m. Por tanto la mitad, 10m., es la que usa María y 6m. la que usa Joan.

2.2.3 Hallar un antecedente de la solución

Es decir, para poder responder a lo que nos pide el problema ¿qué tendríamos que saber previamente?. Como ejemplo:

"**Un paquete de 10 cuadernos vale 12 €, y quiero comprar 3 cuadernos, ¿cuánto dinero tendré que gastar?"**

¿Qué hace falta saber para poder hallar lo que nos piden? Para saber cuanto valen 3 cuadernos primero hemos de saber cuanto vale 1 cuaderno, o sea 12/10 = 1,2 €. Ahora ya podemos hallar cuanto valen 3 cuadernos: 1,2 x 3 = 3,6 €.

2.2.4 Construir una tabla y descubrir pautas o regularidades

Puede ser una tabla de posibles soluciones (ver **prueba y error**), de valores particulares, etc. Como ejemplo:

"Tenemos una cinta de papel. Uniendo los extremos y aplanando hacemos un pliegue. Volviendo a unir los extremos de la cinta doblada, hacemos otro pliegue. Si se repite el proceso 11 veces, ¿cuantas rayas nos aparecerán en la cinta al desplegarla?"

Hacemos una tabla: Tomamos una cinta de papel (modelo concreto), hacemos un pliegue y desplegamos, nos aparece una raya; hacemos 2 pliegues y desplegamos, contamos 3 rayas; hacemos 3 pliegues y desplegamos, contamos 7 rayas, hacemos 4 pliegues y desplegamos, contamos 15 rayas...

Nº pliegues	1	2	3	4	...
Nº rayas	1	3	7	15	...

Hallamos una pauta: El nº de rayas que aparecen es 2-1, 2^2-1, 2^3-1, 2^4-1...es decir siguen la pauta "dos elevado al nº de pliegues que hemos hecho, menos uno". Por tanto cuando hayamos hecho 11 pliegues las rayas serán 2^{11}-1.

Si el problema se propusiera en Secundaria la resolución se tendría que completar con la demostración de la pauta que hemos encontrado, que entonces la consideraríamos una conjetura plausible.

2.2.5 Resolver un problema relacionado, más sencillo

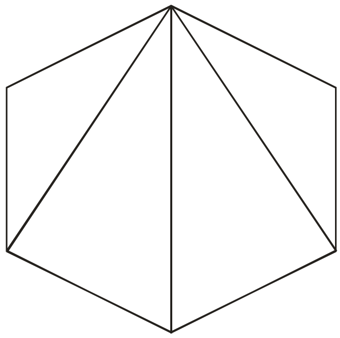
Puede ser que el problema tal como está enunciado presente una excesiva dificultad, pero que otro relacionado, más sencillo, no solamente lo podamos resolver sino que nos proporcione la clave del problema inicial. Como ejemplo:

"Hallar cuantas diagonales tiene un polígono de 17 lados"

Consideramos un problema más sencillo:

Si tuviéramos un hexágono:

Desde cada vértice podemos dibujar 3 diagonales (tantas como vértices menos 3). Si esto lo repetimos desde cada vértice tendremos 3 x 6 = 18 diagonales, pero lo tendremos que dividir por 2, ya que si no, cada diagonal la contaríamos dos veces.



Este mismo razonamiento es válido para un polígono de 17 lados: desde cada vértice podremos trazar: 17 – 3 = 14 diagonales. En total habrá 17 x 14/2 = 119 diagonales.

2.2.6 Razonar hacia atrás

En algunos problemas en que el enunciado tiene la forma de un relato, puede ayudar empezar el razonamiento por el final y remontar hasta el principio. Como ejemplo:

> **Voy a comprar al mercado. En la pescadería gasto 1/3 del dinero, en la frutería 2€, en la panadería la mitad de lo que me queda, y en la verdulería 4€. Ahora solo me quedan 2 € ¿con cuánto dinero he salido de casa?**

Razonamos, comenzando por el final:
Los 2 € que me quedan, más los 4 que me he gastado en la verdulería son los que tenía tras gastar en la panadería la mitad de lo que me quedaba, por lo tanto antes de entrar en la panadería tenía 12 €. En la frutería había gastado 2, luego antes tenía 14. Como en la pescadería me había gastado 1/3 de lo que tenia, estos 14 serán los 2/3 restantes, por lo tanto en la pescadería había gastado 7 y al principio tenía 21.

2.3 Promover la discusión sobre las actitudes que aparecen en RP.

Describiremos ahora algunas situaciones observadas en nuestra práctica docente. Los ejemplos pueden parecer triviales pero el propósito es ilustrar, al nivel más sencillo, tal como hacemos en el aula, unas actitudes que condicionan fuertemente al alumnado.

2.3.1 Miedo o rechazo a utilizar el sentido común en la clase de matemáticas

Muchas veces parece que si no se sigue el modelo aprendido en el aula, la respuesta no tiene ningún valor aunque el razonamiento sea correcto. Lo ilustramos con un problema propuesto en clase:

> **“Hay un puñado de caramelos sobre la mesa. El tío Juan toma la mitad, el padre 1/3 de los que quedan, la abuela 1 y Eloisa los 3 últimos. ¿Cuántos había al principio?”**

Una alumna comentó: “*Yo lo he resuelto, pero esto que he hecho no son matemáticas*”.

Le pedimos que explicara cómo lo había resuelto: "*Los* 4 *caramelos que se comen entre la abuela y Eloisa son los* 2/3 *que ha dejado el padre tras comerse* 1/3 *de los que quedaban. Eso quiere decir que* 1/3 *son* 2 *caramelos, o sea que el padre se encontró* 6 *caramelos sobre la mesa. Estos son la mitad que había dejado el tío Juan. Por lo tanto al principio había* 12 *caramelos*". De hecho había utilizado la estrategia heurística "razonar hacia atrás". La alumna, acostumbrada a resolver problemas algebraicamente, creía que esta forma de razonar mediante un relato no era propia de las matemáticas.

Para intentar modificar esta actitud nosotros valoramos positivamente el uso del sentido común, resolviendo problemas por la "cuenta de la vieja", por "prueba y error", etc. También promovemos la discusión crítica de ciertos métodos (ecuaciones, uso de demostraciones abstractas) por no adaptarse al nivel cognitivo de la Educación Primaria.

Explicamos cómo a lo largo de la historia de la matemática, los matemáticos han utilizado el sentido común. Por ejemplo la conocida anécdota de Gauss al calcular la suma de los 100 primeros números naturales ante el estupor de sus compañeros y su maestro[5].

2.3.2 Temor a cometer errores.

Esta actitud la encontramos frecuentemente en la clase.

- El alumno o alumna que ante un problema queda paralizado ("Si no estoy seguro, mejor no hago nada").

- Cuando se muestran remisos a salir a la pizarra a explicar lo que han hecho ("Lo que he hecho seguro que está mal" o "Lo que he hecho está mal, por lo tanto no vale la pena explicarlo").

Argumentamos que los errores pueden ser oportunidades para aprender, en esto se basa el método de prueba y error como estrategia heurística válida y efectiva para muchos problemas. A base de probar una posible solución y analizar el error, se puede encontrar la solución.

Asimismo si al aplicar una estrategia no funciona, analizando el por qué, se puede obtener nueva información que ayude a hallar una estrategia alternativa.

También la historia de las matemáticas proporciona ejemplos de errores que han servido para progresar. Por ejemplo: La creencia pitagórica de que todas las medidas tenían que venir dadas por números naturales o razones entre ellos fue refutada por su propio descubrimiento de las magnitudes inconmensurables. Este hecho posibilitó la posterior aparición de los números irracionales.

2.3.3 Hábito de usar métodos memorísticos, mecánicos.

Prácticas habituales son los diversos métodos para resolver "problemas tipo" como problemas de regla de 3, problemas de móviles, de grifos, etc. Cada uno con su "receta" correspondiente, el uso memorístico de fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes...

[5] 5. C.B. Boyer (1986): *Historia de la Matemática,* pag. 627.

En contraposición valoramos el razonamiento heurístico. Por ejemplo los problemas de "regla de 3" pueden resolverse prescindiendo del clásico esquema rutinario, simplemente hay que "hallar un antecedente de la solución".

2.3.4 Creencia de que existe una única forma de resolver un problema, que es la válida.

Un comentario frecuente entre nuestros alumnos y alumnas suele ser: "En la escuela el maestro nos obligaba a resolver este tipo de problemas por este método, si no, consideraba que estaban mal".

Nosotros valoramos positivamente llegar a la solución mediante diferentes métodos, sobre todo si alguno de ellos es original o inesperado***.***

Creemos que este es uno de los aspectos en que se aprecia más claramente un cambio en los estudiantes, ya que cuando sienten que tienen libertad para "inventar", empiezan a atreverse a proponer soluciones muchas veces imprevistas para el profesor o profesora. Por ejemplo ante el problema:

> **"Enrique quiere estrenar con sus amigos un juego que le han regalado. Si reparte 4 fichas a cada uno, sobran 6, y si reparte 6 faltan 4. Hallar cuántos amigos juegan"**

La mayoría de estudiantes intentó aplicar la estrategia heurística de "prueba y error", pero una alumna propuso la siguiente solución: "Si al repartir 4 por cada jugador sobran 6 fichas y al repartir 6 (o sea 2 fichas más) faltan 4, eso quiere decir que al repartir 2 fichas más por jugador se necesitarían 10 fichas más, por lo tanto son 5 jugadores".

2.4 Proponer criterios de evaluación en RP.

La evaluación en RP tiene que ser coherente con los planteamientos trabajados a lo largo del curso, y debe servir para reforzar este cambio en las actitudes. Para ello realizamos una prueba escrita que consta de dos partes:

A. Resolución de problemas "estandard" resolubles según los métodos propios de Educación Primaria que se han trabajado en clase.

B. Resolución de problemas del tipo "¡ajá!" que requieren para resolverlos una cierta inspiración creativa o una "feliz idea".

Los criterios que tenemos en cuenta para la evaluación de cada una de las dos partes son:

a) Evaluación de la habilidad de resolución de problemas estandard.

Para cada uno de los problemas del tipo A se tienen en cuenta los siguientes criterios:

a.1 Si en su resolución utilizan métodos adecuados a la Educación Primaria.

a.2 Si lo resuelven correctamente desde un punto de vista matemático.

a.3 Si explican diferentes métodos de resolución.

a.4 Si la explicación es clara, comprensible y sin complicaciones innecesarias para un alumno de Educación Primaria.

b) Valoración de la creatividad en la resolución de problemas.

b.1 ¿En alguno de los problemas de A utiliza alguna idea, método, razonamiento, etc.,... original o creativo?

b.2 ¿Resuelve alguno de los problemas de B?

Comentarios:

- *Es conveniente y se valorará positivamente, presentar los "borradores" donde figuren las diversas pruebas y tentativas de resolución de los problemas propuestos.*
- *Cada uno de los problemas de* A*, se puntúa de* 0 *a* 10*. La nota final es la media aritmética de estas notas, incrementada hasta un máximo de* 3 *puntos en función de los criterios* b.1 *y* b.2*.*

Modelo de examen

A. Problemas "Estandard"

1. La capacidad del depósito de mi coche es 5/7 de la del tuyo. En el depósito del tuyo caben 16 litros más que en el del mío. ¿Cual es la capacidad de cada depósito?

2. En un corral tenemos gallinas y conejos. En total hay 30 cabezas y 94 patas. ¿Cuántos animales de cada clase hay?

3. Los 298 alumnos y alumnas de un Instituto han de practicar algún deporte: fútbol o baloncesto, de forma que se ha podido constituir un cierto número de equipos de cada uno de esos deportes. Sabemos que la cantidad de inscritos en cada uno de ellos es mayor que 100. ¿Cuántos alumnos y alumnas juegan a fútbol y cuántos a baloncesto? (Los equipos de fútbol son de 11 jugadores y los de baloncesto de 5 jugadores).

4. Si Montse y Sara pueden pintar una casa en 5 horas y Montse lo puede hacer sola en 8 horas, ¿cuanto tardaría Sara en pintarla ella sola?.

5. Tenemos fichas numeradas del 1 al 999. Queremos saber si es posible distribuir les fichas en dos cajas de forma que la suma de los números de las fichas de cada una de las cajas sea la misma.

B. Problemas "¡Ajá!"

1. He comprado en la pastelería 3 bolsas de caramelos. Una es de caramelos de fresa, otra de café con leche, y otra en que están mezclados los de fresa y café con leche. Pero acaban de llamar de la pastelería avisándome de que las etiquetas están cambiadas y ninguna corresponde a su contenido. ¿Cómo podré averiguar qué hay en cada bolsa, probando el mínimo número de caramelos?.

2. Con 12 palillos iguales cómo podría construir 6 cuadrados de forma que cada lado de un cuadrado sea un palillo.

3. Conclusiones

Este trabajo en RP que solemos hacer al comenzar el curso también nos ha llevado a tratar de forma diferente los demás tópicos de la asignatura (Didáctica de la Matemática), por ejemplo dando más relevancia al propio razonamiento de los alumnos y alumnas. Así observamos una evolución en su trabajo, de modo que se va abandonando una manera de actuar, reproduciendo el razonamiento del profesor o profesora, para intentar hallar métodos propios. La búsqueda de patrones y regularidades, el representar modelizando, etc, se convierten en prácticas habituales favoreciendo su autonomía.

Así planteada, la RP va más allá de mejorar las actividades propuestas en clase y ayuda a los futuros enseñantes a descubrir la cantidad de factores, muchos de ellos emocionales, que intervienen al realizarlas.

Las reflexiones contenidas en este artículo intentan ser una aportación al viejo debate sobre el fracaso escolar en matemáticas. Nuestra experiencia muestra que es positivo considerar la relevancia de los aspectos heurísticos de la matemática en la formación de los docentes. En nuestra opinión, todavía en pleno siglo XXI, es excesivo el predominio en la enseñanza, de la concepción formalista en detrimento de la heurística, y frecuentemente encontramos un exceso de procedimientos estereotipados, a los que el alumno no les ve el sentido, en detrimento de usar el propio razonamiento, la intuición y el sentido común.

Pensamos que esta propuesta de trabajo puede influir positivamente en las actitudes de los futuros maestros y maestras, lo cual incidirá a su vez de manera favorable en el rendimiento de sus alumnos.

Bibliografia

Boyer, C.B. (1986): *Historia de la Matemática.* Alianza Universidad, Madrid.

Callejo, M.L. (1994): *Un club matemático para la diversidad.* Narcea, Madrid.

Clements, M.A. (1999): "Planteamiento y resolución de problemas: ¿Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI?", *Suma* 30, 27-36.

Codina, R. (coord.) (2004): *Matemàtiques i la seva didàctica.* Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona, Col. Textos Docents nº 287, Barcelona.

Contreras, L.C.; Carrillo, J. (1997): "La resolución de problemas en la construcción de conocimiento. Un ejemplo". *Suma* 24, 21-25.

Fisher, R., Vince, A. (1991): *Investigando las matemáticas.* Akal, Madrid.

Gardner, M. (1981): *Inspiración ¡Ajá!*. Labor, Barcelona.

Giménez, J, Santos, L. Ponte, J.P. (coords.) (2004): *La actividad matemática en el aula. Homenaje a Paulo Abrantes.* Biblioteca de Uno 204, Graó, Barcelona.

De Guzmán, M. (1991): *Para pensar mejor.* Labor, Barcelona.

Mason, J. Burton, L., Stacey, K. (1988): *Pensar matemáticamente.* Labor, Barcelona.

NCTM (2003): *Principios y estándares para la educación matemática.* Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Sevilla.

Polya, G. (1966): *Matemáticas y razonamiento plausible.* Tecnos, Madrid.

Polya, G. (1985): *Cómo plantear y resolver problemas.* Trillas, México.

De la Rubia, D. (1989): "Un problema cualquiera". *Suma* 2, 5-16.

Schoenfeld, A. (1985): *Mathematical Problem Solving.* Academic Press, Orlando.

Shell Centre for Mathematical Education (1993): *Problemas con pautas y números.* Universidad del País Vasco, Leiva.

Stacey, K., Groves, S. (1999): *Resolver problemas: Estrategias.* Narcea, Madrid.

Maria José Castelló Esnal. Barcelona, 1946. Licenciada en Ciencias (Matemáticas). Líneas de trabajo: Resolución de problemas, Matemáticas en Educación Infantil, Mujer y Ciencia. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática. Facultad de Formación del Profesorado. Universidad de Barcelona.mjcastello@ub.edu

Roser Codina Pascual. Barcelona 1954. Licenciada en Ciencias (Matemáticas). Líneas de trabajo: Resolución de problemas, Enseñanza de la Geometría, Historia de la Ciencia, Mujer y Ciencia. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática. Facultad de Formación del Profesorado. Universidad de Barcelona. rosercodina@ub.edu

Pere López Cuesta. Lleida 1945. Licenciado en Ciencias (Matemáticas). Líneas de trabajo: Resolución de problemas, Arte y Matemáticas, Enseñanza de la Geometría, Matemática de la vida cotidiana. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática. Facultad de Formación del Profesorado. Universidad de Barcelona. plopez@ub.edu.